



Coloquio Inst-Mat

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Camino Lircay S/N, Campus Norte, Talca-Chile

Sobre la finita generación de anillos de Cox.

Antonio Laface*

Departamento de Matemática

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Universidad de Concepción

Abstract

Sea \mathbb{K} un campo, sea $R := \mathbb{K}[x_1, \dots, x_r]$ y sea G un grupo que actúa linealmente sobre R . El problema 14 de Hilbert cuestiona cuándo la subálgebra de invariantes R^G es finitamente generada [6]. Para grupos reductivos, esto es cierto. Sin embargo, en 1959, Nagata presentó un contraejemplo [11] donde G es subgrupo del grupo aditivo \mathbb{C}^r y R tiene $2r$ variables. Él prueba que R^G es isomorfo con el anillo de Cox [1] de la explosión de un espacio proyectivo de dimensión $r - \dim(G) - 1$ en r puntos definidos por las ecuaciones que cortan G en \mathbb{C}^r . De esta manera llega a dar ejemplos de no finita generación. Luego de este ejemplo empieza una investigación sobre finita generación de anillos de Cox de explosiones de variedades toricas (generalizaciones del espacio proyectivo) en puntos [8, 10, 9, 3]. En esta charla voy a discutir resultados recientes sobre superficies toricas [5, 2, 7, 4].

References

- [1] I. Arzhantsev, U. Derenthal, J. Hausen, A. Laface, *Cox rings*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Vol. 144, Cambridge University Press, Cambridge, (2015).

*e-mail: antonio.laface@gmail.com

- [2] A. Castravet, A. Laface, J. Tevelev, L. Ugaglia, *Blown-up toric surfaces with non-polyhedral effective cone*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, 2023, 800, 1-44.
- [3] A. Castravet, J. Tevelev, *Hilbert's 14th problem and Cox rings*, Compositio Mathematica, 2005, 142, 1479-1498.
- [4] J. González, A. Laface, *Finite generation of cox rings*, Notices of the American Mathematical Society, 2022.
- [5] J. Hausen, S. Keicher, A. Laface, *On blowing up the weighted projective plane*, Mathematische Zeitschrift, (2016), Vol. 290, 1339-1358.
- [6] D. Hilbert, *Ueber die theorie der algebraischen formen*, Mathematische Annalen, Vol. 36, 473-534.
- [7] A. Laface, Antonio, L. Ugaglia, *On finite generation of Cox rings of minimal toric surfaces*, (2023) in preparation.
- [8] S. Mukai, *Geometric realization of t-shaped root systems and counterexamples to Hilbert's fourteenth problem*, (2004) url=<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:117692802>
- [9] S. Mukai, *Finite and infinite generation of the Nagata invariant rings*, (2005) url=<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:55699186>
- [10] S. Mukai, *Finite generation of the Nagata invariant rings in ADE cases*, (2005), url=<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:17188697>.
- [11] M. Nagata, *On the 14-th Problem of Hilbert*, American Journal of Mathematics, (1959) Vol. 81, 766.